DOĞU ANADOLU'DA LİTOSFERİN TOPOGRAFİK YÜKLERE ELASTİK CEVABINA ANALİTİK BİR YAKLAŞIM

M. Sinan Özeren, Nazmi Postacıoğlu

İstanbul Teknik Üniversitesi

ÖZET

Bu çalışmada Doğu Anadolu'da litosferin topografik yüklemelere karşı reaksiyonunun hesaplanması için, Green fonksiyonu yaklaşımı tabanlı basit bir algoritma sunuyoruz. Bu çalışmanın sonucunda elde edilecek yer değiştirme değerleri, ileride sentetik bir gravite anomalisi veri seti oluşturmamıza yardımcı olacak. Sentetik veri setinin gerçek gravite anomalileriyle karşılaştırılmasının bize bölgenin elastik rijitliği hakkında fikir vereceğini umuyoruz. Bu çalışmada, modifiye Bessel fonksiyonları yardımıyla kurduğumuz Green fonskiyonu uygulaması paraboloid yük için oldukça hızlı çalıştı ve tatminkar sonuçlar verdi.

GİRİŞ

Doğu Anadolu, bundan yaklaşık 13 milyon yıl önce kapnma evresi sona eren kıta-kıta çarpışmasının etkisiyle ortalama yüksekliği yaklaşık 1700-1800 metre civarında bir topografik yüksekliğe erişmiş durumda. Bundan yaklaşık 3-4 yıl öncesine kadar Doğu Anadolu'nun mekanik yönden Tibet gibi tipik bir çarpışma sonrası oluşmuş yüksek plato olduğuna inanılıyordu, ne var ki yeni sismolojik veriler (ref) veriler kabuk kalınlığının çok fazla olmadığını (ortalama 40 km civarında) gösteriyor. Şengör et al (2003) bu yeni verilerden yola çıkarak termal izostazi argümanlarını kullanarak Doğu Anadolu'da kabukla astenosfer (yüksek sıcaklık ve mantoya göre çok düşük viskozitede) arasındaki manto litosfer tabakasının büyük olasılıkla çok ince olduğunu (hatta bazı yerlerde hiç olmayabileceğini) ortaya koydu. Astenosferik bir dom yapısına işeret eden bu değerlendirme jeokimyayla da destekleniyor. Bu veriler ışığında Doğu Anadolu'da elastik rijiditenin (bunun için eşdeğer bir mükemmel elastik levha tanımlandığı taktirde bir eşdeğer "elastik kalınlık" tanımı da yapmak mümkün) çok yüksek olmayabileceği akla geliyor. Öte yandan Doğu Anadolu'da deviatorik gerilmelerin büyük ölçüde çarpışmanın sürüyor olmasından kaynaklandığı da bilinmektedir (Özeren et al 2003).

Jeolojik gözlemler uzun dalgaboylu topografik yüklerin genellikle büyük ölçüde izostatik olarak dengeye ulaştıklarını (compensation) gösteriyor (örneğin Himalayalar). Öte yandan, başka yerlerde (örneğin And Dağlarında) izostatik dengeye yaklaşılmakla birlikte yüklemenin dalgaboyu uzun olduğu halde kompansasyonda asimetriler gözleniyor. Andların Peru'daki kısmında, Pasifik Okyanusu tarafı diğer tarafa göre daha az kompanse olmuş görünüyor. Doğu Anadolu'da topografik profiller (Kuzey-Güney ekseninde) 125 kilometreye alçak-geçişli olarak filtrelendiğinde Afrika'da manto ektileşimleri sonucunda ortaya çıktıkları bilinen bazı topografik yapılarla benzerlik gösterdiği ortaya çıkıyor. Bütün bu veriler ve analizler, Doğu Anadolu'da elastik kalınlığın düşük olabileceğini destekliyor, ancak bizim bu çalışmadaki amacımız, verilen bir elastik rijidite iin topografyanın buna olan cevabını hesaplamak.

ANALİZ

Yanal yüklemeler ihmal edildiğinde elastik bir kiriş için tek boyutta eğilme denklemi

$$D\frac{d^4w}{dx^4}+(\rho_m-\rho_w)gw(x)=V_0\delta(x) \tag{1}$$

ile verilir, burada ρ_m ve ρ_w sırasıyla kabuk ve manto yoğunlukları, g yerçekimi ivmesi ve $w(x)$ yer değiştirmeleri gösteriyor. Denklemin sağ tarafındaki Dirac-Delta fonksiyonu, yüklemeleri impulsif bir şekilde ifade edip bir Green fonksiyonu algoritmasına geçeceğimiz konusunda ipucu veriyor. Önerilebilecek en basit entegral çözüm,

$$w(x)=\frac{V_0}{2\pi D}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{e^{ikx}}{\left(k^4+\frac{4}{\alpha^4}\right)}dk \tag{2}$$

burada

$\alpha^4=\dfrac{4D}{g(\rho_m-\rho_w)}$ olaraktanımlanıyor ve bu kuartik değer kabuk-manto yoğunluk farkından ortaya çıkan Arşimet kuvvetiyle ters orantılı.Dalga numaraları üzerinden alınan bir entegrale dayalı olan bu çözümden, litosferin yüklere olan reaksiyonun yükün Fourier spektrumuna bağlı olacağı açıkça görülüyor. Başka bir deyişle, verilen bir eşdeğer elastik kalınlık için yükün asal dalgaboyu belli bir değeri aştığında yük izostatik olarak kompanse oluyor.

Şimdi aynı irdelemeyi iki boyutta yapalım: iki boyutta eğilme denklemi, biharomonik operatör için bir özfonksiyon problemi olarak tanımlanır:

$$\Delta.\Delta w+\frac{1}{\beta^4}w=\delta(x)\delta(y)\,, \tag{3}$$

burada β ile 1-denklemindeki D arasındaki ilişki

$$\beta=\sqrt[4]{\frac{D}{(\rho_m-\rho_w)g}}=\sqrt[4]{\frac{ET_e^3}{12\left(1-\upsilon^2\right)}}\frac{1}{(\rho_m-\rho_w)g} \tag{4}$$

olarak verilir (çok benzer bir notasyon kullanan irdeleme için Turcotte ve Schubert 2002 incelenebilir).

Biharmonik operatör için genel olarak şu şekilde bir ayrışım yazılabilir:

$$\nabla^4\phi-\alpha\phi=\left[\left(\nabla^2-i\sqrt{\alpha}\right)\left(\nabla^2+i\sqrt{\alpha}\right)\right]\phi \tag{5}$$

burada köşeli parantez içindeki ifadelerin herhangi biri için bir çözüm bulunursa bu otomatik olarak biharmonik denklemi de sağlayacaktır. $\alpha^4=k$ dersek parantez içindeki Laplace opeatörlü ilk denklem şu hale dönüşür:

$$\nabla^2 w=kw=\sqrt{\alpha}\,w\,. \tag{6}$$

Silindirik koordinatlarda bu problemin çözümü iki modifiye Bessel foksiyonunun bir lineer kombisyonu olarak ifade edilebilir, lineer kombinasyonu A ve B diye iki katsayıyla kurarsak çözüm

$$w=AK_0(\alpha_1 r)+BK_0(\overline{\alpha_1}r) \tag{7}$$

olacaktır, burada K_0 fonksiyonu modifiye Bessel fonksiyonunu gösteriyor. Hatırlayalım ki $\alpha^4=\frac{1}{\beta}$ denkleminin kompleks düzlemde ikişer ikişer birbirlerinin kompleks eşleniği olarak dört tane kökü vardır. Fakat bu Bessel fonksiyonlarının sonsuzda ıraksamaması için bu köklerden sadece reel kısmı pozitif olanlarını (iki tane) kullanıyoruz. 7 denkleminde ikinci sıradaki modifiye Bessel fonksiyonunun argümanının üzerindeki çizgi de kompleks konjugeyi gösteriyor. 3 denkleminde $\frac{1}{\beta}\to 0$ olduğunda denklem standard biharmonik denkleme dönüşür ve buna ait Green fonksiyonu da $\frac{r^2}{8\pi}\log r$ olarak bilinir. $\frac{1}{\beta}\to 0$ limiti $|\alpha_1|$ 'in de sıfıra gittiği limit olduğu için 7. denklem bu Green fonksiyonuna eş olmalıdır. Problem bu noktada bunların eş olabilmeleri için uygun A ve B katsayılarını bulmaya indirgenir.

Burada her iki Modifiye Bessel fonksiyonu için de seri açılımını kullanırsak ve ilk ikişer terimi alırsak

$$w=A\left[-\log(r)\right]\left[1+\frac{\alpha_1^{\,2}r^2}{4}\right]+B\left[-\log(r)\right]\left[1-\frac{\alpha_1^{\,2}r^2}{4}\right]$$

ifadesini elde ederiz. Tekil olmayan bir çözüm istediğimize göre asıl çözüm

$$w = A\left[\log(r)\right]\left[\frac{\alpha_1^{\,2} r^2}{2}\right]$$

ifadesine indirgenir. Green fonksiyonuna küçük r değerleri için eş olma şartından

$$A = -\frac{1}{4\pi i k^{1/2}}$$

bulunur.

SONUÇLAR

Bu çalışmada litosferik yükleme için bir Green fonksiyonu algoritması çıkarılıp bir bilgisayar programı yazılarak uygulamaya dökülmüştür. Paraboloid yük için algoritmanın gayet iyi çalıştığı görülmüştür (Şekil 1). Bu şekilde elde edilen litosferik yer değişimi değerlerini kullanarak elde edilecek sentetik gravite veri setlerinin gerçek gravite veri setleriyle karşılaştırılmasının bölgenin tektoniğinin anlaşılmasına katkıda bulunacağı umulmaktadır.

REFERANSLAR

[1]. Özeren et al. 2003, *Eos Trans. AGU, 84*(46), Fall Meet. Suppl., Abstract

[2].Şengör et al. 2003, East Anatolian high plateau as a mantle-supported, northsouth shortened domal structure, *Geophysical Research Letters*, 30(24), 8045, doi:10.1029/2003GL017858.

[3].Şengör, A.M.C., and Kidd, W.S.F., Post-collisional tectonics of the Turkish-Iranian.Plateau and a comparison with Tibet**,** *Tectonophysics*, 55, 361-376, 1979.

[4]. Turcotte, D. L. and G. Schubert. Geodynamics Cambridge University Press, 2002. No. of pages: 456.

Şekil 1: Green fonksiyonu algoritması ile litosferin paraboloid şeklinde bir yüke cevabı (boyutsuzlaştırılmış çözüm)